

# **CREIXEMENT ECONÒMIC I DESIGUALTAT SOCIAL**

**Núria Barrubés Piñol**

**Tutor: Dr. Antonio Quesada Arana**

**Facultat d'Economia i Empresa**

**Màster en Economia, Especialitat d'Investigació**

**Reus, juny de 2013**

**“La història és un profeta amb la mirada girada cap enrere: segons el que va ser i en contra del que va ser, anuncia el que serà.”**

**Eduardo Galeano**

# ÍNDIX

1. Introducció.....	1
2. Model de Solow amb desigualtat social.....	7
2.1 Context econòmic.....	7
2.2 Model.....	12
2.3 Interpretació del model.....	20
3. Conclusions.....	24
4. Referències bibliogràfiques.....	26

# 1. INTRODUCCIÓ

El tema tractat en aquesta tesina és la relació existent entre dos fenòmens de gran rellevància econòmica, social i històrica: el creixement econòmic i la desigualtat social.

En segon terme, considero de gran importància el fet d'obrir les fronteres de la ciència econòmica per tal de poder ampliar la nostra manera d'entendre el món atès que no és possible analitzar i comprendre una realitat tan complexa com la que es pretén obviant aspectes que van més enllà de les relacions econòmiques.

Així doncs, una de les intencions bàsiques és aportar una visió de l'economia que no es correspon amb la majoritària entre les investigacions que es duen a terme. Concretament, molts dels estudis es dirigeixen a l'objecte de poder discernir quins són els factors, elements, mecanismes, processos, etc. que propicien un determinat efecte econòmic, més que no pas social.

Si ens centrem en la problemàtica de la desigualtat social en relació amb el creixement econòmic, constatem que gran part de treballs sobre creixement van dirigits a conèixer com s'ocasiona per tal de facilitar-ne la seva generació. Tanmateix, recentment han anat apareixent estudis que intenten abordar els efectes socials d'aquest procés, és a dir, tracten d'esbrinar quines són les repercussions sobre les diferents persones que formen l'economia implicada.

El fet de deixar de banda l'aspecte social i preocupar-se molt més pels efectes purament econòmics es produeix en gairebé tots els aspectes de l'àmplia diversitat d'àmbits que són tractats en economia.

Per exemple, quant a les decisions econòmiques convencionals en l'àmbit de la localització empresarial, gairebé sempre, es fonamenten en aspectes estratègics d'eficiència, de cost d'oportunitat i, per tant, d'assoliment d'alta rendibilitat: on serà menys costós ubicar l'empresa?; on podrem maximitzar els nostres beneficis?; etc.

En conseqüència, aquesta finalitat lucrativa i merament econòmica condueix entre moltes altres coses a decisions probablement poc ètiques. Seguint l'anterior criteri, un

exemple actual seria la ubicació de multinacionals en regions perifèriques, en les quals el desenvolupament a llarg termini queda perjudicat. Els guanys van a parar al centre i els baixíssims salaris pagats als treballadors gairebé no proporcionen poder adquisitiu per estimular l'economia de la nació.

A més, per tal de garantir els baixos costos laborals d'aquestes inversions, la seguretat en el treball sovint esdevé inexistent, una proporció dels treballadors acostuma a estar formada per infants (es necessiten molts treballadors per les cadenes productives) , les jornades laborals són excessives, etc.

Tal vegada, aquests tipus de realitats que posen de relleu certa mancança d'una visió més àmplia en l'estudi habitual de l'economia han estat les que m'han empès a realitzar un estudi d'aquestes característiques.

En particular, es persegueix el propòsit d'investigar les interrelacions existents entre la distribució de la renda d'una economia i els factors determinants del creixement econòmic (generació de producció). Així, la renda esdevindrà el criteri de comparació entre individus a l'hora d'estudiar la desigualtat social.

D'altra banda, amb el propòsit d'arribar a comprendre com es genera aquesta bretxa entre individus en el si d'una mateixa economia, amb la consegüent creació i reproducció d'una societat dual, s'han plantejat unes preguntes bàsiques d'investigació:

- Per què no tots els integrants d'una economia es beneficien de la mateixa manera del creixement econòmic?
- Què empeny aquesta dinàmica que comporta un increment continuat en el diferencial de rendes entre individus (els rics esdevenen més rics i els pobres més pobres)?

El propòsit d'aquesta tesina es dirigeix a donar resposta a aquests interrogants que formen el punt de partida de la investigació però també a altres qüestions que emergeixin al llarg del treball.

D'altra banda, és important saber en quin àmbit de recerca ens movem i per a això és essencial conèixer algunes aportacions prèvies en l'àmbit del creixement econòmic i de la distribució de la renda.

A partir del model de creixement de Solow (1956), la investigació en aquesta àrea de la macroeconomia va incrementar-se notablement, podent parlar d'un auge en les últimes dècades.

Com tot model econòmic va deixar certs buits i qüestions a resoldre sobre les fonts del creixement que autors com Romer (1986) es van encarregar d'omplir amb les seves contribucions. Aquest últim autor, a diferència de Robert Solow, aportava una visió endògena del creixement de l'economia, és a dir, el creixement es genera en el si d'una economia. És aquesta endogeneïtat que va intentar justificar.

Amb aquesta visió d'empènyer l'economia a créixer des de dins, altres autors posteriors com Lucas (1988) van atribuir causes al creixement, en particular, el capital humà. Altres, com Rebelo (1991), atribuïen el creixement a l'existència de rendiments constants a escala en la funció de producció. D'altra banda, Romer (1986) l'assignava a les externalitats tecnològiques i Easterly (1993) a l'absència de les distorsions en els mercats.

Les contribucions en aquesta àrea de l'economia són molt abundants però com podem intuir només fan referència als factors crucials per a l'impuls del creixement econòmic: capital humà, estabilitat macroeconòmica i política, tecnologia, liberalització dels mercats, etc.

En particular, i fent referència al tema d'aquesta tesina, les contribucions més recents sí que abasten la connexió entre creixement econòmic i desigualtat social, tal vegada per una major sensibilització. Fins i tot, aquestes contribucions s'han incorporat a l'anomenada 'nova teoria del creixement'.

Quant a la recopilació de literatura del tema que ens ateny, podem afirmar que actualment no existeix un consens entre investigadors sobre el nexa entre creixement i desigualtat.

Molts estudis són contradictoris quant al signe de la correlació entre ambdós aspectes i tampoc no queda clara la seva correlació de causalitat. En aquest àmbit hi manquen respostes a moltes qüestions: Afecten les desigualtats econòmiques d'un país al creixement del seu PIB? L'impacte del diferencial de rendes dins d'un país afecta

positiva o negativament a aquest creixement? Quins efectes produeix el creixement en la distribució de la renda?

Veiem, per tant, que en aquest àmbit de recerca encara hi ha molt per explorar atès que les respostes actuals no són ni clares ni convinents.

Un fet que dificulta trobar aquestes respostes és la complexitat derivada d'una possible relació bidireccional entre creixement i desigualtat. No hi ha encara suficients models teòrics que siguin capaços d'analitzar aquesta relació ni tampoc suficient evidència empírica.

El que sí sabem és que la literatura proporciona tres vies diferents de connexió entre desigualtat i taxa de creixement del PIB d'un país o d'una regió. Aquestes vies afirmen que la desigualtat és positiva i necessària per al creixement:.

D'una banda, Kaldor (1956) va establir una hipòtesi segons la qual les nacions amb majors graus de desigualtat gaudirien d'uns nivells d'estalvi més elevats a causa d'aquesta concentració de la renda i, per tant, d'unes taxes més altes de creixement. Aquesta hipòtesi consisteix en què la propensió marginal al consum en els estrats superiors és major que en els inferiors i, en conseqüència, l'estalvi d'aquests primers tindrà un efecte molt més gran sobre el creixement.

La segona via postula que per a invertir es necessiten molts fons (a causa dels elevats costos fixos), essent positiu que la riquesa es centri en un grau suficient per a què uns pocs individus posseïxin els recursos necessaris amb què dur a terme aquests projectes. És d'aquesta manera com es propicia el creixement econòmic.

La tercera via fa referència als incentius. S'afirma que una societat molt igualitària no pot proporcionar incentius suficients a invertir en projectes arriscats amb la finalitat última de millorar el benestar.

D'altra banda, els estudis més recents han posat en dubte la premissa que la desigualtat afavoreix el creixement. Més aviat han observat el contrari: els països que tenen menys desigualtat creixen més ràpidament.

Alesina i Perotti (1996) argumenten que a majors nivells de desigualtat menor és l'estabilitat política. De l'estabilitat se'n deriven repercussions negatives sobre la inversió i el creixement.

De manera similar, Aghion, Caroli i García-Peñalosa (1999) suggereixen que la desigualtat provoca alts nivells de volatilitat en les principals variables macroeconòmiques i això té un efecte negatiu sobre el creixement.

En paral·lel, Perotti (1993) argumenta que quan hi ha desigualtat en un país, augmenta la restricció del crèdit i, com a resultat, es frena el creixement, atès que un gran nombre d'inversors potencials quedaran exclosos d'aquests fons.

En síntesi, no hi ha claredat respecte la connexió entre distribució desigual de rendes i creixement econòmic ni per la banda dels estudis teòrics ni per la de l'evidència empírica.

Quant a la recopilació bàsica de literatura sobre la relació entre creixement econòmic i desigualtat social es desprèn implícitament que aquest creixement és positiu per la societat en general i per tant beneficia a tots. El fi últim d'aquests estudis és més aviat intentar resoldre si hi ha d'haver més o menys desigualtat per tal d'afavorir aquest creixement.

En essència, la contribució d'aquesta tesina és anar més enllà d'aquest vincle i des d'un altre punt de vista preguntar-se si el creixement és o no positiu per a les persones que integren una economia determinada. Per a això es planteja una variació del model de Solow en què dins de la dinàmica de creixement de l'economia hi és present la desigualtat social.

El model el componen dos grups socialment antagònics que integren l'economia: "l'elit" i "la massa". D'altra banda, parteix d'una premissa bàsica consistent en l'existència d'un tret diferenciador entre ambdues parts: el poder. Un poder entès com la capacitat de mobilitzar els recursos d'una societat i que és exercit únicament per l'elit.

El context econòmic de què es parteix és el d'una economia tecnològicament primitiva en què es produeix en la seva màxima expressió la desigualtat social. El propòsit és el



de reflectir un fet estilitzat que en diferents graus és traslladable a totes les èpoques històriques que han conegut organitzacions jeràrquiques.

Aquesta capacitat d'acumulació i obtenció de poder es manifesta mitjançant la possessió exclusiva dels factors productius per part del grup dominant, al qual li interessarà apropiarse de gran part dels increments en la producció agregada de l'economia. La manera de fer-ho serà expandint la quantitat de factors de què disposa per tal d'assolir nivells més elevats de creixement i assegurar-se una alta proporció d'aquesta variació en la producció.

Com a resultat, es produirà un diferencial de rendes entre elit i massa que derivarà en desigualtat social però depenent dels nivells de desigualtat existents i de les condicions subjacents del model, les variacions en la producció de l'economia es trobaran en diferents estadis: supercreixement (les taxes de creixement seran cada cop més elevades i augmentaran de manera indefinida), col·lapse (la producció deixarà d'augmentar) o estancament (la variació en la renda agregada tendirà a un valor constant). La qüestió rellevant és quins nivells d'apropiació s'han de mantenir per tal que l'elit pugui seguir empenyent aquesta dinàmica cap endavant que fa créixer l'economia i assegurar-se una part d'aquesta variació en la renda agregada.

Finalment, es destacarà una de les diferents solucions obtingudes en el model d'especial interès, consistent en un estat estacionari que durà l'economia fins a un punt de repòs, d'equilibri.

## 2. MODEL DE SOLOW AMB DESIGUALTAT SOCIAL

### 2.1 Context econòmic

El model captura la idea que en l'economia hi ha un grup dominant (l'elit) i un que és dominat (la massa), el qual es troba en disposició total de l'elit perquè és posseït per ella. És a dir, la massa treballa única i exclusivament pel grup dominant mentre que aquest es troba totalment alliberat de les activitats productives.

Es tracta d'una economia simple, primitiva i tradicional en la qual els rendiments a escala són constants, és a dir, per tal que la producció agregada augmenti, els factors també ho hauran de fer i en la mateixa proporció. Això és, els increments productius (en el model:  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ ) s'assoleixen extensivament i no pas intensivament, en conseqüència, no es basen en augments de la productivitat (no hi ha canvi tecnològic en el model de Solow (1956)).

La funció de producció del model és  $Y_t = aK_t + bL_t$ , una funció que habitualment representa el resultat de la combinació entre dos factors productius tradicionals en els models de creixement: el capital i el treball. Atès que la interpretació de capital és molt diversa, en el nostre model farà referència al factor terra (s'assumeix que també als instruments per a treballar-la), un factor que, a diferència del capital, només permet nivells més elevats d'output incrementant-ne l'estoc (d'aquí els rendiments constants a escala).

En el model, el primer terme de la funció de producció ( $aK_t$ ) ens indicarà la productivitat de la massa treballant per a l'elit, és a dir, la quantitat d'output o excedent que recau en el grup dominant sense que aquest treballi i que, en altres paraules, és arrabassat a la massa (el grup que el produeix).

El segon terme ( $bL_t$ ) no captura la productivitat laboral o, el que és el mateix, la contribució de la massa a l'economia com seria d'esperar en els models tradicionals sinó que més aviat determina una part de la producció de la massa (cal remarcar que en el model només aquest grup produeix), concretament la quantitat de renda que l'elit li cedeix o el residu de la producció agregada que permet la reproducció social del grup

dominat i alhora la perpetuació d'aquesta dominació. Això es deu a què l'existència d'un grup social és en darrer terme la seva alimentació, traduïda en termes del model de Solow (1956) com el seu consum.

En síntesi, l'elit obté excedent mentre que la massa únicament rep la renda que li permet sobreviure per a seguir essent dominada i segueixi treballant per a l'elit ens els períodes posteriors.

La inspiració bàsica del model és, doncs, un mode de producció agrícola. En el nostre context la relació econòmica és bàsicament una relació d'explotació o esclavista en la qual els factors o mitjans de producció (terra i força laboral) pertanyen únicament a l'elit.

En aquest tipus d'economies basades en l'esclavatge, el propi esclau (la massa) és la clau de la producció atès que és qui realitza les activitats que generen excedents per a l'elit i alhora no posseeix cap mitjà de producció, ni tan sols la seva capacitat laboral ja que és part de l'estoc de factors de l'elit.

El fet que l'elit percebi gran part de l'excedent produït permet que el pugui utilitzar com a font de poder per a seguir acumulant encara més factors (terres, esclaus) i d'aquesta manera incrementar progressivament el nivell de renda amb la consegüent creació d'una societat cada cop més dual o desigual a través de la proporció d'apropiació 'r' del model.

Les implicacions intuïtives que es deriven d'aquest supòsit són que els esclaus (la massa) no poden ser productius si saben que tot el que produeixen no els pertany. Per tant, si les elits volen incrementar la seva producció hauran d'augmentar la quantitat de factors que posseeixen, això és, el seu poder.

D'una banda, poden ampliar el seu estoc de terres (comprant-les o a la força) o per l'altra el d'esclaus, és a dir, el factor treball. La manera de fer-ho és capturant més esclaus (increment en la població '*n*' al model de Solow) o bé cedint als que ja té una part més alta de la producció per tal que puguin estar més ben alimentats (més sans) i produir en millors condicions. Aquesta última opció es tradueix en un major consum de la massa en el nostre model.

No podem atribuir aquest mode productiu al feudalisme atès que aquest sistema va modificar la situació dels esclaus després de la caiguda de l'Imperi Romà quan alguns individus ja estaven alliberats del treball i posseïen terres cedides pels més rics o legalment a canvi d'uns tributs.

En la nostra economia la massa no posseeix sinó que és posseïda, parlem per tant, d'un mode esclavista de producció. Aquesta relació econòmica (forçosa) la podem atribuir als grans Imperis Agraris com Egipte, Mesopotàmia, Grècia, Roma...

En aquesta economia, el treball de l'esclau (massa) s'aplicava als grans latifundis. Per tal de perpetuar aquesta condició de divisió social s'utilitzava la força i la coerció a través de l'Estat esclavista.

Tal vegada l'economia que descriu més bé el model és la dels latifundis esclavistes de l'Antiguitat Clàssica. En aquests Imperis, el desenvolupament de les ciutats i de l'economia era bàsicament rural. La manera d'assegurar que les Metròpolis creixien era a través dels esclaus que treballaven l'agricultura i la cria del bestiar, tot i que a partir d'ara ens referirem només al primer element (el que reflecteix el model).

L'esclavitud era molt habitual en la realitat Grecoromana. Grècia i Roma es consideren les primeres societats, l'economia de les quals es sostenia a través d'aquest mode de producció en què l'esclau i particularment el seu estatus era considerat inferior o nul en comparació amb els amos, que eren persones lliures.

Max Weber sostingué que l'economia Antiga era essencialment agrària i dominada per motius polítics més que no pas econòmics. És d'aquesta manera com les classes dominants o terratinents (les elits) s'alliberaven del treball i es convertien en ciutadans urbans amb drets mentre que els esclaus únicament esdevenien mitjans de producció. L'excedent econòmic que obtenien els latifundistes a través d'aquest treball forçós els permetia enriquir-se sense haver de treballar, únicament posseint terres.

Aquestes economies no es caracteritzaven pels avenços tecnològics, no hi havia invencions ni progrés. Per tant, no es produïen canvis qualitius sinó quantitius, com bé hem esmentat anteriorment a través de l'explicació de la funció de producció lineal.

Per què no parlem de productivitat en aquest tipus d'economia?, la resposta és que en l'àmbit del treball material i de la llibertat de la persona estaven totalment separats i en conseqüència el treball no estava reconegut socialment de manera positiva.

Les elits d'aquestes economies i que en el model volen incrementar la quantitat de renda obtinguda ho feien via força i no pas a través del desenvolupament tècnic: a través de l'imperialisme, la guerra, l'expansió territorial, la captura de presoners (els esclaus, en major part, eren estrangers), etc.

Així doncs, atès que els Imperis i les seves elits s'autoreproduïen d'aquesta manera, retroalimentaven forçosament el seu poder a través de l'increment dels seus factors (terres, esclaus).

Per exemple, l'economia de la societat romana va prosperar a partir del segle II gràcies a les victòries de Juli Cèsar, que va subhastar aproximadament un milió d'esclaus durant la Guerra de les Gàl·lies (segle I aC).

En particular, en la societat Romana, hi van anar sorgint grans propietats (latifundis) que s'anaven constituint a mesura que els ciutadans més rics acumulaven el factor terra tot incorporant a les seves propietats parcel·les veïnes que eren dels camperols més pobres a través de la compra o a la força. Aquestes propietats eren posteriorment treballades pels esclaus, la majoria dels quals eren presoners de guerra.

La condició d'esclau (*servus*) era hereditària (els fills d'esclaus naixien esclaus) i mancada de drets i compensacions. Eren canviats per deute o venuts, regalats i comprats a les places on hi portaven un cartell que indicava característiques com edat, malalties, destreses, defectes i altres aspectes que poguessin interessar als compradors.

La possessió d'esclaus es limitava a les elits polítiques i de la societat però també a propietaris terratinents de classes més baixes. Com més riques fossin les elits volia dir que més terres i esclaus posseïen (algunes van arribar a posseir fins i tot uns 8.000 esclaus). Això és, en el nostre model, com més factors productius més poder i com més poder, major estatus socioeconòmic i prestigi.

L'únic mitjà de què disposava la massa per a subsistir era el seu treball físic al qual li dedicava tot el seu temps. D'altra banda, les elits dedicaven una gran part del temps a l'oci.

La idea implantada en aquesta societat era que l'esclavitud s'originava a la guerra i els vencedors podien disposar de la vida dels vençuts: matant-los o convertint-los en esclaus.

L'únic que percebien les masses era aquella part de la producció que els permetés sobreviure i seguir treballant per les elits: aliments, vestimenta, aixopluc... En el nostre model, això és, la renda que destinen al consum.

## 2.2 Model

El model intenta capturar una sèrie d'elements que es poden considerar fets estilitzats en el cas d'una economia social i tecnològicament primitiva . Aquesta societat es troba dividida en dos grups socials antagònics, els quals són l'“elit” i la “massa”.

La figura 1 ens mostra les diferents variables que componen el model juntament amb les connexions causals establertes entre elles i el número d'equació que expressa aquest vincle.

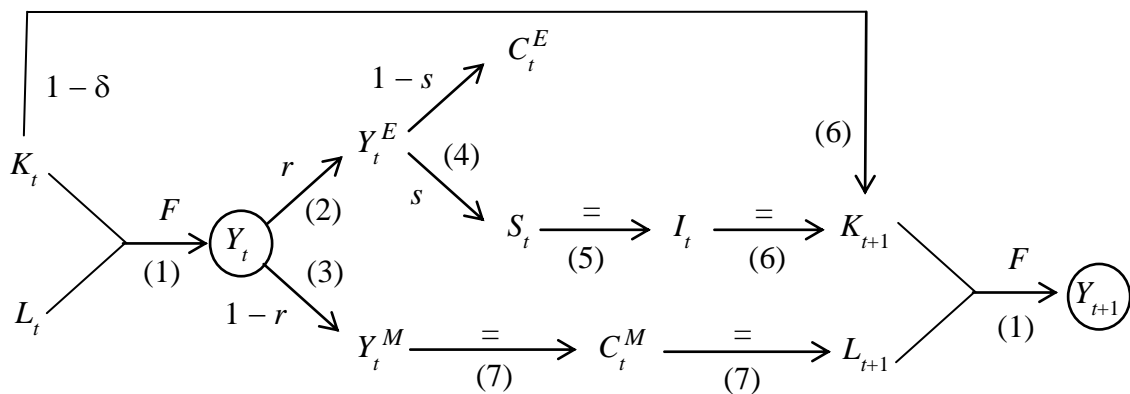


Fig.1. Estructura dinàmica de l'economia

Considerem que el temps és discret ( $t = 1, 2, 3, \dots$ ) amb horitzó  $\infty$ . Per la seva banda,  $Y_t$ , com en els models habituals de creixement, indica la producció agregada de l'economia en el període temporal  $t$ .

Quant als factors productius, els dividim en dos tipus: el capital  $K$ , que integra el factor de què disposa l'elit i se suposa la seva contribució a l'economia i  $L$ , que defineix la força laboral provinent de la massa en el procés productiu. L'economia és tecnològicament simple, és a dir, la funció de producció esdevé lineal amb el fi d'expressar rendiments constants a escala.

Les equacions que integren el model de Solow amb desigualtat social són les següents:

L'equació (1) determina la relació entre els factors productius de què disposa l'elit i la producció agregada, en què  $a > 0$  i  $b > 0$ , essent ambdós nombres racionals. Model AK, cap. 2 d'Aghion i Howitt (2009)

$$(1) Y_t = F(K_t, L_t) = aK_t + bL_t$$

Les equacions (2) i (3) determinen el repartiment de la renda entre els dos grups socials que integren l'economia. Per una banda,  $Y_t^E$  indica la porció de la producció que l'elit s'assegura per a si mateixa i per l'altra,  $Y_t^M$  és el residu que l'elit deixa a la massa. D'altra banda,  $r$  és també un nombre racional, el qual  $0 < r < 1$  que representa la proporció renda agregada de l'economia que s'apodera l'elit. Partim del supòsit que es tracta d'un valor fix que no interessa maximitzar perquè tal vegada, per tradició, és generalment acceptat sense cap tipus de reflexió i consegüent oposició per part de la massa. En conseqüència, la massa s'acaba emportant la proporció residual  $1 - r$  de la producció agregada del període, la qual és cedida per l'elit. Així:

$$(2) Y_t^E = Y_{t-1}^E + r(Y_t - Y_{t-1})$$

$$(3) Y_t^M = Y_{t-1}^M + (1 - r)(Y_t - Y_{t-1})$$

Les equacions (4) i (5) determinen el nivell d'estalvi i d'inversió que duu a terme l'elit en el període  $t$ . La renda de què s'apodera l'elit es destina a dos usos: consumir i estalviar:  $C_t^E$  i  $S_t$ , respectivament. Aquests fins són habituals en els models de creixement, com el de Solow (1956). L'elit assigna una proporció  $s$  de l'increment de renda percebut a l'estalvi, la qual és un nombre racional:  $0 < s < 1$ . Aquesta magnitud és invertida a fi d'acumular més factor  $K$  en el següent període. Obtenim les següents equacions:

$$(4) S_t = sY_t^E$$

$$(5) I_t = S_t$$

L'equació (6) captura la dinàmica d'acumulació del factor  $K$  de l'elit.

$$(6) K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

D'altra banda, la següent equació del model ens mostra l'equivalència entre els nivells de renda que percep la massa i el consum en el període  $t$ , els quals determinen el nivell de força laboral amb què el grup dominat contribueix a la producció en el següent període.

$$(7) L_{t+1} = C_t^M = Y_t^M$$

Amb el propòsit de resoldre el model, les anteriors expressions són transformades per a expressar-les en increments per tal de reflectir quina és la variació produïda en la producció de l'economia en qüestió. Així:

$$(1') \Delta Y_t = a\Delta K_t + b\Delta L_t$$

$$(2') \Delta Y_t^E = r\Delta Y_t$$

$$(3') \Delta Y_t^M = (1 - r)\Delta Y_t$$

$$(4') \Delta S_t = s\Delta Y_t^E = s(r\Delta Y_t)$$

$$(5') \Delta I_t = \Delta S_t$$

$$(6') \Delta K_{t+1} = \Delta I_t + (1 - \delta)\Delta K_t$$

$$(7') \Delta L_{t+1} = (1 - r)\Delta Y_t$$

**Proposició 1.** Les equacions (1)-(7) es redueixen a la (8), en què  $A$  i  $B$  queden definides per (9) i (10). Obtenim la solució general del model de (8) que ve donada per (11). En aquesta equació  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  es defineixen, respectivament, per (12) i (13).

$$(8) \Delta Y_{t+1} - A\Delta Y_t + B\Delta Y_{t-1} = 0$$

$$(9) A = asr + b(1 - r) + (1 - \delta) > 0$$



$$(10) B = b(1 - \delta)(1 - r) > 0$$

$$(11) \Delta Y_t = \alpha_1 \lambda_1^t + \alpha_2 \lambda_2^t$$

$$(12) \lambda_1 = \frac{A}{2} + \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B}$$

$$(13) \lambda_2 = \frac{A}{2} - \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B}$$

*Demostració.* Per (5), (4) i (2),  $\Delta I_t = s(r\Delta Y_t)$ . Altrament, a partir d'(1),  $\Delta K_t = \frac{1}{a}(\Delta Y_t - b\Delta L_t)$ . Per (7) i (3),  $\Delta L_t = (1 - r)\Delta Y_{t-1}$ . Aleshores,  $\Delta K_t = \frac{1}{a}(\Delta Y_t - b[(1 - r)\Delta Y_{t-1}])$ . Si introduïm aquesta equació juntament amb  $\Delta I_t = s(r\Delta Y_t)$  dins de (6) obtenim:

$$\Delta Y_{t+1} - b[(1 - r)\Delta Y_t] = as(r\Delta Y_t) + (1 - \delta)(\Delta Y_t - b[(1 - r)\Delta Y_{t-1}]).$$

Això és,  $\Delta Y_{t+1} - A\Delta Y_t + B\Delta Y_{t-1} = 0$ , on A i B queden definides, respectivament, per (9) i (10). Així, obtenim (Mickens (1990, cap. 3)) la solució general de l'anterior expressió lineal homogènia (8),  $\Delta Y_t = \alpha_1 \lambda_1^t + \alpha_2 \lambda_2^t$  en què (12) i (13) defineixen  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . ■

Els valors que prenen  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  en (11) podrien ser determinats per les condicions inicials fixades en el model ( $Y_0$ ,  $Y_1$  i  $K_0$ ). El supòsit és que aquests valors són positius. En conseqüència, el terme  $\alpha_i \lambda_i^t$  de l'equació (11) s'aproxima a 0 quan  $0 < \lambda_i < 1$  (si tant  $\lambda_1$  com  $\lambda_2$  són menors que 1, l'economia eventualment es col·lapsa, això és, les variacions en la producció esdevenen nul·les). D'altra banda, la variació de l'economia tendeix a  $\infty$  quan  $\lambda_i > 1$  (el creixement és persistent) i a un valor constant  $\alpha_i$  quan  $\lambda_i = 1$  (l'economia s'estanca). En la Proposició 2 es mostrarà que aquestes possibilitats són les úniques en el model ja que ni  $\lambda_1$  ni  $\lambda_2$  poden prendre valors negatius; els casos factibles es mostren a la taula 1.

**Remarca 1.**  $A^2 > 4B$ ; en conseqüència,  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  són nombres reals, així tals que  $\lambda_1 > \lambda_2$ .

Atès que  $s$  apareix en  $A$  però no en  $B$ , el pitjor dels casos per a demostrar que  $A^2 > 4B$  requereix un valor d' $s$  molt proper a 0. En conseqüència n'hi ha prou en demostrar que  $[b(1-r) + (1-\delta)]^2 > 4B$ . Aquesta desigualtat és equivalent a  $b^2(1-r)^2 + (1-\delta)^2 + 2b(1-r)(1-\delta) > 4B$ ; aquesta a  $b^2(1-r)^2 + (1-\delta)^2 > 2b(1-r)1-\delta$ ; i aquesta a  $b1-r-(1-\delta)2 > 0$ . Ja que l'última desigualtat es compleix,  $A2 > 4B$ .

**Remarca 2.**  $0 < \lambda_2 \leq 1$ .

Partint de la remarca 1 i d' $A > 0$ , es compleix que  $\lambda_2 > 0$ . D'altra banda, per a tenir que  $\lambda_2 > 1$ , s'ha de complir que  $A > 2$ . En conseqüència,  $\lambda_2 > 1$  és igual a  $A - \sqrt{A^2 - 4B} > 2$ , i aquesta a  $(A - 2)^2 > A^2 - 4B$ . Així,  $\lambda_2 > 1$  és equivalent a  $A - B < 1$ . Atès que  $A > 2$ , se'n desprèn que  $B > 1$ . En conseqüència,  $b > 1$ . Tenim que  $A - B < 1$  és igual a  $r(as - b\delta) + \delta(b - 1) < 0$ . ja que  $b > 1$ , hauria de complir-se que  $as < b\delta$ . En síntesi,  $\lambda_2 > 1$  requereix que  $r > \frac{\delta(b-1)}{as-b\delta}$ . A més,  $A > 2$  és equivalent a  $r(as - b) + b - (1 + \delta) > 0$ . Tenim que  $as < b\delta$  i això implica que  $as < b$ , per tant, és necessari que  $\lambda_2 > 1$ , que  $b - (1 + \delta) > 0$  i  $b - (1 + \delta) > r(b - as)$ . En conseqüència,  $\lambda_2 > 1$  també requereix que  $r < \frac{b-(1+\delta)}{b-as}$ . Si combinem aquestes dues condicions sobre  $r$ ,  $\frac{\delta(b-1)}{as-b\delta} < \frac{b-(1+\delta)}{b-as}$ . Això implica  $b\delta^2 + asb < as + b\delta as$ . Això és,  $\frac{\delta^2}{as} + 1 < \frac{1}{b} + \delta$ . Així,  $\frac{1}{b} + \delta > 1$ . Amb tot,  $b < \frac{1}{1-\delta}$ . Obtenim com a resultat,  $B = b(1-r)(1-\delta) < 1 - r < 1$ . Això contraduïu que  $B > 1$ .

**Remarca 3.**  $\lambda_1\lambda_2 = B$  i  $\lambda_1 + \lambda_2 = A$ .

En aquesta remarca,  $B > 1$  assegura un creixement permanent. Concretament, donada la situació  $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ ,  $B > 1$  implica  $\lambda_1 > 1$ . D'altra banda,  $A < 1$  porta a un col·lapse de l'economia.

**Proposició 2.** La Taula 1 mostra les condicions sota les quals  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  són més grans, més petites o iguals a 1.

	$B > 1$	$B = 1$	$B < 1$
$A - B > 1$	$\lambda_1 > 1$ $\lambda_2 < 1$	$\lambda_1 > 1$ $\lambda_2 = \frac{1}{\lambda_1} < 1$	$\lambda_1 > 1$ $\lambda_2 < 1$
$A - B = 1$	<i>aquest cas és impossible</i>	<i>aquest cas és impossible</i>	$\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = B < 1$
$A - B < 1$	<i>aquest cas és impossible</i>	<i>aquest cas és impossible</i>	$\lambda_1 < 1$ $\lambda_2 < 1$

Taula 1. Condicions sota les quals  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  són grans, petites, o iguals a 1.

*Prova.* Considerant primer els cassos impossibles, comencem per  $A - B \leq 1$  i  $B = 1$ . Llavors,  $A \leq 2$ . Atès que  $B = 1$ ,  $b(1 - r) = \frac{1}{1 - \delta}$ . Amb això i  $A \leq 2$ ,  $asr + \frac{1}{1 - \delta} + 1 - \delta \leq 2$ . En conseqüència,  $asr(1 - \delta) \leq -\delta^2$ . As  $\delta^2 > 0$ , això implicaria que  $asr(1 - \delta) < 0$ , la qual no és factible en el model. En el cas impossible restant  $B > 1$  i  $A - B = 1$ . Si  $B > 1$ , aleshores  $b > 1$  i  $r < \frac{b-1}{b}$ . Si  $A - B = 1$ , llavors  $(as - \delta b)r + \delta(b - 1) = 0$ . Atès que  $b > 1$ ,  $as < \delta b$ . Per tant,  $r = \frac{\delta b - \delta}{\delta b - as}$ . Combinant aquesta equació amb la desigualtat  $r < \frac{b-1}{b}$  s'obté  $asb < as$ . D'aquí que  $b < 1$ : contradicció. D'altra banda, en el cas  $B > 1$  i  $A - B < 1$ . De  $B > 1$  resulta  $b > 1$  i  $r < (b-1)/b$ . De  $A - B < 1$  (atès que  $b > 1$ ) resulta  $r > d(b-1)/db - as$ . Si combinem les dues desigualtats,  $as > asb$ , que no és possible amb  $b > 1$ .

Considerant ara la resta de casos, sigui  $B > 1$ . If  $A \geq B + 1$ , llavors  $A^2 - 4B \geq (B - 1)^2$ . Així, sorgeix d'  $A \geq B + 1$  que  $\lambda_1 = \frac{1}{2}(A + \sqrt{A^2 - 4B}) \geq \frac{1}{2}(B + 1 + (B - 1)) = B > 1$ . De manera anàloga es manté quan  $B = 1$  i  $A \geq B + 1$ . Finalment, quan  $B < 1$ , if  $A \geq B + 1$ , llavors  $A^2 - 4B \geq (1 - B)^2$ . Conseqüentment, extraiem d'  $A \geq B + 1$  que  $\lambda_1 = \frac{1}{2}(A + \sqrt{A^2 - 4B}) \geq \frac{1}{2}(B + 1 + (1 - B)) = 1$ . ■

La Proposició 2 mostra que l'economia només pot estar en un de tres estats possibles. En l'estat 1, el més freqüent,  $\lambda_1 > 1$  and  $\lambda_2 < 1$ : l'economia creix de manera permanent (les taxes de variació de la producció augmenten de manera indefinida), encara que  $\lambda_2$  eventualment no proporciona cap contribució al creixement. En l'estat 2,  $\lambda_1 = 1$  i  $\lambda_2 < 1$ : l'economia eventualment assoleix un estat de creixement constant d'equilibri quan  $\lambda_2$  deixa de realitzar una contribució positiva al creixement. De la mateixa manera que en l'estat 3, l'estat 3 no és genèric perquè depèn de tenir  $A = 1 + B$ . Finalment, en l'estat 3,  $\lambda_1 < 1$  i  $\lambda_2 < 1$ : l'economia eventualment no creix (taxes de

creixement nul·les). Aquest estat s'associa únicament amb el cas  $A = 1 + B$  and  $B < 1$  (per a això  $A < 2$ ).

La Proposició 3 ens mostra a continuació els canvis en els paràmetres  $a, b, s, r$ , i  $\delta$  que afecten  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . Atès que per (11) i la Remarca 2,  $\lambda_2$  eventualment esdevé un factor irrellevant per a determinar la dinàmica d' $Y_t$ , els resultats interessants concerneixen  $\lambda_1$ .

**Proposició 3.** Per a tot  $i \in \{1, 2\}$ , la Taula 2 mostra els signes de les derivades parcials de  $\lambda_i$  respecte  $a, b, s, r$ , i  $\delta$ .

Derivada de	Respecte de					
	$a$	$b$	$\delta$	$s$	$r$	
$\lambda_1$	$> 0$	$> 0$	$< 0$	$> 0$	$as \geq b$	$> 0$
					$as < b$	$> 0$ if $\lambda_1 < \frac{b-b\delta}{b-as}$
						$< 0$ if $\lambda_1 > \frac{b-b\delta}{b-as}$
					$= 0$ if $\lambda_1 = \frac{b-b\delta}{b-as}$	
$\lambda_2$	$> 0$	$> 0$	$< 0$	$< 0$	$as \geq b$	$< 0$
					$as < b$	$> 0$ if $\lambda_2 > \frac{b-b\delta}{b-as}$
						$< 0$ if $\lambda_2 < \frac{b-b\delta}{b-as}$
					$= 0$ if $\lambda_2 = \frac{b-b\delta}{b-as}$	

Taula 2. Signe de les derivades parcials de  $\lambda_i$  respecte d'  $a, s, b, r$ , i  $\delta$ .

*Demostració.* En primer lloc observem que

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial A} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{A}{\sqrt{A^2 - 4B}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{A + \sqrt{A^2 - 4B}}{\sqrt{A^2 - 4B}} \right) = \frac{1}{2} \frac{2\lambda_1}{\sqrt{A^2 - 4B}} = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 - A} > 0$$

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial A} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{A}{\sqrt{A^2 - 4B}} \right) = \frac{\lambda_2}{2\lambda_2 - A} > 0$$

i que

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial B} = -\frac{1}{\sqrt{A^2 - 4B}} = -\frac{1}{2\lambda_1 - A} < 0$$

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial B} = \frac{1}{\sqrt{A^2 - 4B}} = \frac{1}{2\lambda_2 - A} > 0.$$

Aleshores, les derivades parcials respecte d' $a$ ,  $s$ ,  $r$ ,  $\delta$ , i  $b$  venen donades per:

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial a} = \frac{\partial \lambda_1}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial a} = \frac{\lambda_1 s r}{2\lambda_1 - A} > 0$$

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial a} = \frac{\partial \lambda_2}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial a} = \frac{\lambda_2 s r}{2\lambda_2 - A} > 0$$

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial s} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{1}{\sqrt{A^2 - 4B}} A \frac{\partial A}{\partial s} \right) = \frac{1}{2} a r \left( 1 + \frac{A}{\sqrt{A^2 - 4B}} \right) = \frac{\lambda_1 a r}{2\lambda_1 - A} > 0$$

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial s} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{1}{\sqrt{A^2 - 4B}} A \frac{\partial A}{\partial s} \right) = \frac{1}{2} a r \left( 1 + \frac{A}{\sqrt{A^2 - 4B}} \right) = \frac{\lambda_2 a r}{2\lambda_2 - A} > 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_1}{\partial r} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{\sqrt{A^2 - 4B}} \left( 2A \frac{\partial A}{\partial r} - 4 \frac{\partial B}{\partial r} \right) \right] = \frac{\lambda_1 (a s - b) + b(1 - \delta)}{\sqrt{A^2 - 4B}} = \\ &= \frac{\lambda_1 (a s - b) + b(1 - \delta)}{2\lambda_1 - A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_2}{\partial r} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{1}{\sqrt{A^2 - 4B}} \left( 2A \frac{\partial A}{\partial r} - 4 \frac{\partial B}{\partial r} \right) \right] = \frac{-\lambda_2 (a s - b) - b(1 - \delta)}{\sqrt{A^2 - 4B}} = \\ &= \frac{-\lambda_2 (a s - b) - b(1 - \delta)}{2\lambda_2 - A} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial \delta} = \frac{\partial \lambda_1}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial \delta} + \frac{\partial \lambda_1}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial \delta} = \frac{-\lambda_1}{2\lambda_1 - A} + \frac{b(1-r)}{2\lambda_1 - A} = \frac{b(1-r) - \lambda_1}{2\lambda_1 - A} < 0$$

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial \delta} = \frac{\partial \lambda_2}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial \delta} + \frac{\partial \lambda_2}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial \delta} = \frac{-\lambda_2}{2\lambda_2 - A} - \frac{b(1-r)}{2\lambda_2 - A} = -\frac{b(1-r) + \lambda_2}{2\lambda_2 - A} < 0$$

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial b} = \frac{\partial \lambda_1}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{\partial \lambda_1}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial b} = \frac{\lambda_1(1-r)}{2\lambda_1 - A} - \frac{(1-r)(1-\delta)}{2\lambda_1 - A} = \frac{(1-r)[\lambda_1 - (1-\delta)]}{2\lambda_1 - A}$$

> 0

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial b} = \frac{\partial \lambda_2}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{\partial \lambda_2}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial b} = \frac{\lambda_2(1-r)}{2\lambda_2 - A} + \frac{(1-r)(1-\delta)}{2\lambda_2 - A} = \frac{(1-r)[\lambda_2 + (1-\delta)]}{2\lambda_2 - A}$$

>0

### 2.3 Interpretació del model

En primer lloc, cal destacar la dinàmica bàsica que captura el model, la qual consisteix en una retroalimentació d'increments productius d'un període a l'altre. Això és, la variació en els nivells de renda agregada depèn positivament de la quantitat de factor  $K$  i de la força laboral provinent de la massa (que posseeix exclusivament l'elit) del període anterior. Aquest fet es deu a majors nivells d'estalvi o inversió per part de l'elit i de consum per part de la massa, que permeten disposar de quantitats superiors de factor  $K$  i d'una força laboral més productiva en el següent període.

Així, en el model, el creixement es genera amb el propòsit que l'elit pugui apropiarse de la part fixa  $r$  de les variacions de la renda en  $t$  a banda d'assegurar-se els nivells assolits en el període anterior al considerat ( $t - 1$ ). En síntesi, l'objectiu del grup dominant és el d'acumular majors nivells d'increments de la renda i això només és possible quan el seu poder augmenta, això és, quan posseeix més dels mateixos factors. Alhora, aquesta expansió és el motor del creixement econòmic.

D'altra banda, és d'especial importància considerar els valors que pren un element clau del model,  $\lambda_i$ . La seva importància rau en el fet que determina quina és la variació en la producció (equació (11)). També és interessant lligar aquest valor que captura els increments de renda agregada amb els dels paràmetres bàsics del model, especialment amb els dels dos que es troben subjectes a les decisions que pren l'elit: la taxa d'estalvi  $s$  i la proporció d'apropiació dels increments productius  $r$ .

Per a això és necessari estudiar el signe que prenen les derivades parcials de  $\lambda_i$  respecte de tots ells (veure Taula 2): els increments productius en ambdues variables ( $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ ) depenen positivament d'augments en els valors d' $a$  i  $b$ , ja que les derivades parcials que en resulten són positives. Això implica que quan la productivitat dels factors augmenta, també ho fa la producció. En el cas d' $a$ , aquests increments acaben generant renda

produïda exclusivament per a l'elit i en el de  $b$ , per a la massa (quan  $b$  augmenta la massa s'autoreprodueix atès que genera excedent).

Quant a les derivades respecte de la taxa de depreciació ( $\delta$ ), obtenim valors negatius que denoten el que suggereix la lògica econòmica: quan es perd capital els increments productius són menors.

D'altra banda, les derivades parcials respecte la taxa d'estalvi  $s$  resulten en signes

oposats:  $\frac{\partial \lambda_1}{\partial s} > 0$  i  $\frac{\partial \lambda_2}{\partial s} < 0$ . En el cas de  $\lambda_1$ , a majors nivells d'estalvi i per tant

d'inversió més incrementarà la producció agregada de l'economia però no succeeix el mateix en el cas de  $\lambda_2$ . En principi aquest efecte pot semblar paradoxal atès que amb taxes superiors d'estalvi són d'esperar majors increments en la renda a causa d'una major inversió. No obstant això, una possible explicació que deriva en el cas contrari és que probablement es produeixi un reajust en algun altre paràmetre que dugui la variació de la producció en una direcció diferent de l'esperada: en el nostre context, per exemple, l'elit podria estar incrementant contínuament els seus nivells d'inversió amb el fi d'assolir alts increments productius i aquest fet podria implicar un abús laboral per a la massa, la qual hauria de destinar alts esforços a assolir aquest objectiu. En conseqüència, podria haver-hi algun tipus de revolta per part de la classe perjudicada que derivés en la destrucció del factor  $K$  disponible per a produir i consegüentment es reduïssin les taxes de creixement d'aquesta economia.

En darrer terme, les derivades parcials dels valors de  $\lambda_i$  respecte del nivells d'apropiació de l'elit  $r$  venen determinades per una sèrie de condicions. Aquest nexa entre el paràmetre  $r$  i la taxa de creixement és tal vegada el més important pel fet d'establir la relació directa entre creixement econòmic i desigualtat social. Així doncs, en el cas de  $\lambda_1$  petita, això és, les variacions en la producció són baixes, quan l'elit decideix incrementar la proporció que s'emporta del creixement econòmic l'efecte sobre les variacions de la producció és positiu. Per contra, quan  $\lambda_1$  és gran (taxes altes de creixement) i l'elit decideix apropiarse d'una major proporció d'increment en la renda agregada, l'efecte sobre el creixement és negatiu (les variacions en la producció disminuiran): una possible explicació és que si l'elit no modera el ritme d'extracció de renda a la massa i exerceix un cert abús en aquest procés d'apropiació, pot trobar-se en

una situació en què eventualment ja no disposa de producció que apropiat-se i això deriva en menors taxes de creixement. En altres paraules, l'elit ha de cedir suficient a la massa i extreure-li gradualment els increments de la renda si vol assegurar-se el creixement a llarg termini.

D'altra banda, en el cas de  $\lambda_2$  succeeix tot el contrari; quan la taxa de creixement de l'economia és alta, si l'elit decideix augmentar el nivell d'apropiació, els efectes sobre els increments en la renda són positius, en canvi, quan les variacions en la renda agregada són baixes, si l'elit extreu més a la massa mitjançant un  $r$  més alt, els increments en l'economia seran en conseqüència menors.

Per a interpretar aquests dos casos oposats resulta interessant fixar-nos en l'equació (11): per la Proposició 2, el terme  $\alpha_2\lambda_2$  eventualment deixa de contribuir en les taxes de creixement de l'economia i en conseqüència convergeix a 0, això és, el terme  $\alpha_1\lambda_1$  és el que determina si  $\Delta Y_t$  convergeix o divergeix. Si  $\lambda_1 = 1$ , els increments en la producció són un valor constant; si  $\lambda_1 > 1$ , l'economia experimentarà supercreixement i divergirà; quan  $\lambda_1 < 1$  la variació de la producció agregada convergirà a 0.

Així, podem interpretar de les derivades parcials de les taxes de creixement de l'economia respecte del factor d'apropiació  $r$  que, en els primers períodes, les elits podran extreure a un ritme accelerat els augments de renda a la massa i així i tot les taxes de creixement seguiran augmentant però a partir del moment en què eventualment el terme  $\alpha_2\lambda_2$  deixi de contribuir a la producció, l'elit haurà de moderar el ritme a què extreu els augments de la renda si vol allargar el creixement econòmic i seguir garantint-se'n una proporció.

D'altra banda, la Taula 1 ens permet observar quines són les condicions econòmiques derivades de la dinàmica que planteja el model, les quals determinen els diferents possibles valors de  $\lambda_i$ : observem quatre casos idèntics sota les següents condicions ( $A - B > 1$  i  $B > 1$ ;  $A - B < 1$  i  $B > 1$ ;  $A - B > 1$  i  $B = 1$ ;  $A - B > 1$  i  $B < 1$ ) en què  $\lambda_1 > 1$  i  $\lambda_2 < 1$ . Aquesta situació ens suggereix l'afirmació realitzada anteriorment que l'elit ha de moderar el ritme d'extracció a partir del moment en què el segon terme  $\alpha_2\lambda_2$  de l'equació (11) eventualment deixa d'acumular increments de producció a l'economia



atès que a partir d'aquest període el creixement es pot veure perjudicat (augmentant cada vegada a taxes menors). Addicionalment, el cas de la condició  $A - B = 1$  i  $B < 1$  la implicació és similar, la diferència rau en el fet que el terme  $\alpha_2 \lambda_2$  convergeix a 0 i experimenta un creixement a un valor constant per la part de  $\alpha_1 \lambda_1$  que provoca un estancament de l'economia i en conseqüència, l'elit eventualment ja no pot incrementar la seva extracció d'increments productius.

El cas realment interessant és el de la condició  $A - B < 1$  i  $B < 1$  on  $\lambda_1 < 1$  i  $\lambda_2 < 1$ . Estem parlant d'un estat estacionari en què els increments de la renda ( $\Delta Y_t$ ) convergeixen a zero, això és, l'economia deixa de créixer atès que ens trobem en un punt estable on la producció ja no experimenta variacions.

Una qüestió pendent de cara a seguir treballant en el model és la de poder constatar si aquests valors imposen alguna condició sobre  $r$ , de manera que fos possible establir sota quines condicions  $r$  pren diferents valors i extreure així resultats més concloents que ens permetin entendre millor el fenomen del nexa entre creixement econòmic i desigualtat social.

### 3. CONCLUSIONS

Una de les principals conclusions extretes del model és que la desigualtat social es fonamenta en l'existència d'un grup minoritari, una elit. Aquestes elits es mantenen sempre i quan tinguin poder, en el cas del model de Solow amb desigualtat es mostra la dinàmica que reflecteix aquesta acumulació consistent en l'expansió dels factors productius i també es presenten les diferents situacions econòmiques a què pot derivar.

El fet d'assolir una possible solució d'equilibri ens suggereix que aquest procés d'apropiació condueix a un paradigma d'estabilitat a llarg termini. Així, es possible considerar que un sistema o ordre econòmic no pot créixer més enllà de les seves pròpies fronteres i ha de trobar un punt en el qual acomodar-se. En aquest punt, l'elit ja no pot arrabassar més increments productius a la massa pel fet que la producció deixa d'augmentar, tal vegada i entre altres motius perquè la desigualtat social té uns límits ( $r$  és una de les condicions que determina el valor de la solució del model).

Més enllà de la idea que reflecteix el model, el nexa que podem establir entre aquesta economia tecnològicament primitiva descrita al llarg del treball i els ordres econòmics posteriors és un fet estilitzat: en tot ordre social existeixen unes elits que competeixen de manera incessant pel poder, l'objectiu de les quals és acumular-ne més que els altres. En conseqüència, la mesura de poder és l'acumulació diferencial de poder entre membres de l'elit. Hi ha una dinàmica de competició constant i una resistència al canvi per tal de mantenir la situació de privilegi i aquesta és traslladable a totes les èpoques històriques que han conegut organitzacions jeràrquiques. Per exemple, el sorgiment del sistema capitalista no suposà una transformació absoluta (excepte per les relacions de producció) ja que si definim el capital en termes de poder (en lloc de la terra com en el model), l'únic que canvia és la manera de competir però l'essència no es modifica. Els anteriors sistemes ja competien per l'acumulació de poder tot i que usant altres recursos com en el cas d'aquesta tesina, l'expansió territorial.

La diferència rau en el recurs valuós en què es materialitza aquest poder. Com més capacitat d'acumulació tingui més valuós serà: en el cas del pas del feudalisme al

capitalisme hi van haver actors que van mantenir el control d'aquells recursos (terra) que van perdre utilitat en la generació de poder. Altres, en canvi, van adquirir la capacitat de controlar el recurs capital, el qual va guanyar utilitat en el procés d'acumulació de poder, assolint així una posició preponderant en la competència per aquesta situació privilegiada.

D'altra banda, un idea subjacent del model és la situació de no atribució de rendes "justes" entre els individus que integren una economia. Això es deu al fet que les condicions econòmiques de les quals parteixen no són les mateixes: les elits posseeixen el factor que materialitza el seu poder (terra, capital...) i disposen de la capacitat per a multiplicar-lo (el creixement econòmic és una via plausible) mitjançant la reinversió. En canvi, les masses generalment disposen només de la seva força laboral, la qual no és possible expandir. En conseqüència, les percepcions de la producció agregada que obtenen els individus no es corresponen amb la seva contribució en el procés productiu. Com a resultat, incrementa el diferencial de rendes en el si d'una mateixa economia.

#### 4. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Acemoglu, D. i Robinson, James A. (2005): *Economic Origins of Dictatorship and Democracy*, Cambridge University Press, Cambridge, MA.

Aghion, P., Caroli, E. i García-Peñalosa, C. (1999): “Inequality and Economic Growth: The Perspective of the New Growth Theories”, *Journal of Economic Literature*, 37(4), 1615-1660.

Aghion, P. i Howitt, P. (2009): *The Economics of Growth*, The MIT Press, Cambridge, MA.

Alesina, A. i Rodrik, D. (1994): “Distributive Politics and Economic Growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 109, 465-489.

Alesina, A. i Perotti, R. (1996): “Income Distribution, Political Instability, and Investment”, *European Economic Review*, 40(6), 1203-1228.

Bradley, Keith (1998): *Esclavitud y sociedad en Roma*, Península, Barcelona.

Castells, Manuel (1998): *La era de la información: economía, sociedad y cultura*, Vol.3, Alianza Editorial, Madrid.

Easterly, W. (1993): “How Much do Distortions Affect Growth?”, *Journal of Monetary Economics*, 32, 187-212.

Giner, Salvador (2010): *Sociología*, Península, Barcelona.

Kaldor, N. (1956): “Alternative Theories of Distribution”, *Review of Economic Studies*, 23, 83-100.

Lucas, R.E (1988): “On the Mechanics of Economic Development”, *Journal of Monetary Economics*, 22, 3-42.

Mickens, Ronald E. (1990): *Difference Equations. Theory and Applications*, 2a edició, van Nostrand Reinhold, New York.

Rebelo, S. (1991): “Long Run Policy Analysis and Long-Run Growth”, *Journal of Political Economy*, 99(3), 500-521.

Romer, P. (1986): “Increasing Returns and Long-Run Growth”, *Journal of Political Economy*, 94(5), 1002-1037.

Sala i Martín, Xavier (2001): *Economia liberal per a no economistes i no liberals*, Editorial labutxaca, Barcelona.

Sen, Amartya K. (2004): *Nuevo examen de la desigualdad*, Alianza Editorial, Madrid.

Solow, R. (1956): “A Contribution to the Theory of Economic Growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65-94.

## **Agraïments**

Agraeixo al Dr. Antonio Quesada haver acceptat ser el meu tutor de tesina però especialment la seva orientació permanent, el recolzament demostrat i la motivació transmesa.